

Wymagania na poszczególne oceny z matematyki w Zespole Szkół im. St. Staszica w Pile

Kl. III – poziom rozszerzony

1. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
• zaznacza kąt w układzie współrzędnych
• określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
• określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
• zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$, $k \in \mathbf{Z}$
• zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
• odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
• zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował umiejętności na ocenę dopuszczającą oraz:

• wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90° , 120° , 135° , 150°
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
• szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi OX
• szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$ oraz $y = f(x) $, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności – w prostych przypadkach
• uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
• stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
• rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne
• posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował umiejętności na ocenę dostateczną oraz:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: -90° , 315° , 1080°
• stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach
• wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji okresowej

• stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
• stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
• stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował umiejętności na ocenę dobrą oraz:

• szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$ oraz $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
• na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności
• stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych
• udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych
• stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował umiejętności na ocenę bardzo dobrą oraz:

• wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta
• rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności
• rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia

2. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
• wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
• podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu
• podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej
• podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
• opisuje koło w układzie współrzędnych
• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
• wykonuje działania na wektorach
• sprawdza, czy wektory są równoległe
• rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował umiejętności na ocenę dopuszczającą oraz:

• stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
• stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
• oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi
• stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych

przypadkach
wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną
stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował umiejętności na ocenę dostateczną oraz:

wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował umiejętności na ocenę dobrą oraz:

wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia
opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował umiejętności na ocenę bardzo dobrą oraz:

wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

3. CIĄGI

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
szkicuje wykres ciągu
wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów
wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym oraz ciągu określonego rekurencyjnie
wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki
uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
bada, w prostszych przypadkach, monotoniczność ciągu
wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach

• wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki)
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki)
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
• oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji
• oblicza, oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania (proste przypadki)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował umiejętności na ocenę dopuszczającą oraz:

• ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
• ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach
• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
• bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów
• podaje granice ciągów $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$, $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$ oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$, gdy $a > 0$
• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
• oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (proste przypadki)
• stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n = q^n$ dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$
• sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
• oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował umiejętności na ocenę dostateczną oraz:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• bada monotoniczność ciągów
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny i geometryczny
• stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
• uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami

• stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
• stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach
• bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych
• uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy
• wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował umiejętności na ocenę dobrą oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym
• stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
• oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
• wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował umiejętności na ocenę bardzo dobrą oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
• rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
• uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej

4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki)
• oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki)
• oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki)
• oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki)
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki)
• wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
• stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
• stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste przypadki)
• korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji
• podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
• uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował umiejętności na ocenę dopuszczającą oraz:

• uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX (proste przypadki)
• wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania prostych zadań
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
• wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
• wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach
• korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
• rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
• podaje i stosuje schemat badania własności funkcji

• szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności
• wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, opanował umiejętności na ocenę dostateczną oraz:

• oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y = \sqrt{f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
• oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe
• stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
• oblicza w granice funkcji w nieskończoności
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
• bada ciągłość funkcji
• stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX
• korzysta ze wzorów $(x^n)' = nx^{n-1}$ dla $n \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ i $x \neq 0$ oraz $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ dla $x \geq 0$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji
• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
• wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
• uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
• wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
• wyznacza pochodną funkcji złożonej
• stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
• wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
• rozwiązuje zadania optymalizacyjne

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował umiejętności na ocenę dobrą oraz:

• uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych
• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
• wyprowadza wzory na pochodne funkcji
• wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował umiejętności na ocenę bardzo dobrą oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego
• wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji

5. STATYSTYKA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę
• oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami
• odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował umiejętności na ocenę dopuszczającą oraz:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• oblicza wariancję i odchylenie standardowe |
|--|

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował umiejętności na ocenę dostateczną oraz:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby |
| <ul style="list-style-type: none">• wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań |
| <ul style="list-style-type: none">• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby |
| <ul style="list-style-type: none">• odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach |

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował umiejętności na ocenę dobrą oraz:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki |
|--|